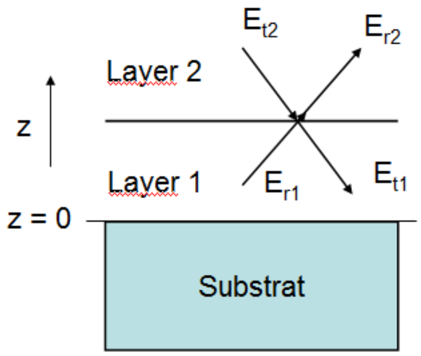
4 Wellen

1. $E_{r2}\cdot e^{ik_2z}$
2. $E_{t2}\cdot e^{-ik_2z}$
3. $E_{r1}\cdot e^{ik_1z}$
4. $E_{t1}\cdot e^{-ik_1z}$



Fresnel

Beschreibt das Reflektionsverhalten einer ankommender Welle ($E_{r1}=0$) bezüglich der Amplituden. Ergibt sich aufgrund von Stetigkeitsbedingungen (σ-Polarisation).

o. B. d. A. befindet sich das Interface bei $z=0$. Dann gilt:

Stetigkeit: $E_{t2}+E_{r2}=E_{t1}\Rightarrow 1+\frac{E_{r2}}{E_{t2}}=\frac{E_{t1}}{E_{r2}}\Rightarrow 1+r=t$

Stetigkeit der 1. Ableitung: $-ik_2E_{i2}+ik_2E_{r2}=-ik_1E_{i1}$

Daraus folgt die

Reflektivität $r=\frac{k_{z1}-k_{z2}}{k_{z1}+k_{z2}}$

Transmittivität $t=\frac{2k_{z1}}{k_{z1}+k_{z2}}=r+1$

Also gilt: (Indizes: von-nach Schicht)

$r_{12}=r$ $\quad r_{21}=$ -r $\quad t_{12}=r+1$ $\quad t_{21}=1-r$

Die Angabe reflektiert und transmittiert ist ab jetzt irreführend, da wir ab jetzt quasi Mehrfachreflektionen berücksichtigen. Der Index E_r steht für die Eigenmode in positiver k-Richtung. Entsprechend steht E_t für die Eigenmode in negativer$k$-Richtung.

Parratt

Das Verhältnis zwischen den 2 Eigenmoden in einer Schicht. ($E_{r1}\neq 0$)

$X_1=\frac{E_{r1}}{E_{t1}}$ $\qquad X_2=\frac{E_{r2}}{E_{t2}}$

Der Zusammenhang zwischen Fresnel und Parratt ergibt sich damit zu

$$E_{r2}\cdot e^{ik_2z}=r\cdot E_{t2}\cdot e^{-ik_2z}+(1-r)E_{r1}\cdot e^{ik_1z} \tag{1}$$

$$E_{t1}\cdot e^{-ik_1z}=-r\cdot E_{r1}\cdot e^{ik_1z}+(1+r)E_{t2}\cdot e^{-ik_2z} \tag{2}$$

Test: aus (1) und (2) r eliminieren ergibt

$$E_{r2}\cdot e^{ik_2z}+E_{t2}\cdot e^{-ik_2z}=E_{r1}\cdot e^{ik_1z}+E_{t1}\cdot e^{-ik_1z}$$

=>Stetigkeit ist erfüllt

Gl (1): $X_2\cdot e^{ik_2z}=r\cdot e^{-ik_2z}+(1-r)\frac{E_{r1}}{E_{t2}}\cdot e^{ik_1z}=r\cdot e^{-ik_2z}+(1-r)X_1\frac{E_{t1}}{E_{t2}}\cdot e^{ik_1z}$

Gl (2): $e^{-ik_1z}=-r\cdot X_1\cdot e^{ik_1z}+(1+r)\frac{E_{t2}}{E_{t1}}\cdot e^{-ik_2z}$

nach $\frac{E_{t2}}{E_{t1}}$ auflösen und einsetzen: ... längliche Rechnung ...

$\frac{E_{t1}}{E_{t2}}=\frac{(1+r)e^{-ik_2z}}{e^{-ik_1z}+r\cdot X_1\cdot e^{ik_1z}}$

$X_2\cdot e^{ik_2z}=r\cdot e^{-ik_2z}+(1-r)X_1\frac{(1+r)e^{-ik_2z}}{e^{-ik_1z}+r\cdot X_1\cdot e^{ik_1z}}\cdot e^{ik_1z}$

$X_2=r\cdot e^{-2ik_2z}+(1-r)X_1\frac{(1+r)e^{-2ik_2z}}{e^{-ik_1z}+r\cdot X_1\cdot e^{ik_1z}}\cdot e^{ik_1z}$

$X_2=e^{-2ik_2z}\left(r+\frac{(1-r)(1+r)X_1}{e^{-ik_1z}+r\cdot X_1\cdot e^{ik_1z}}\cdot e^{ik_1z}\right)$

$X_2=e^{-2ik_2z}\frac{r+X_1e^{2ik_1z}}{1+r\cdot X_1e^{2ik_1z}}$